Espesor critico de aislamiento

Con mucha frecuencia se plantea la situación de disminuir el flujo de calor, por tal motivo a continuación discutiremos los elementos más importantes para llevar a feliz termino el diseño y la escogencia del aislante.
Para iniciar la discusión comenzaremos presentando el caso de añadir aislante a una pared plana, tal como se muestra en la Figura 2.12

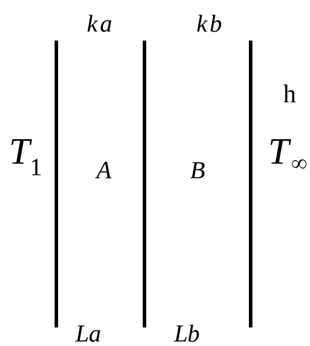


Figura 2.12 Aislamiento de una pared plana

En la Figura 2.12 se muestra una pared plana, material A, al cual se le agrega un material aislante, B. La expresión para el flujo de calor viene dado por:

$$q = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{La}{kaA} + \frac{Lb}{kbA} + \frac{1}{hA}}$$

Si la expresión anterior La, Ka, A y h son conocidos se puede construir la gráfica del flujo de calor versus la longitud del aislante, Lb,. En forma cualitativa la gráfica luciría de la siguiente forma:

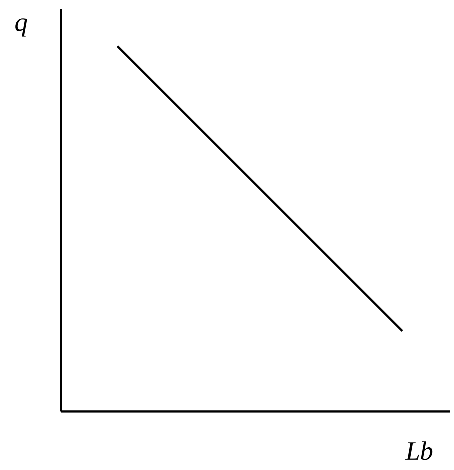


Figura 2.13

En ella se observa que en la medida que Lb se incrementa, el flujo de calor disminuye.

En el caso de que la geometría que deseamos aislar sea de forma cilíndrica, tendríamos la siguiente situación.

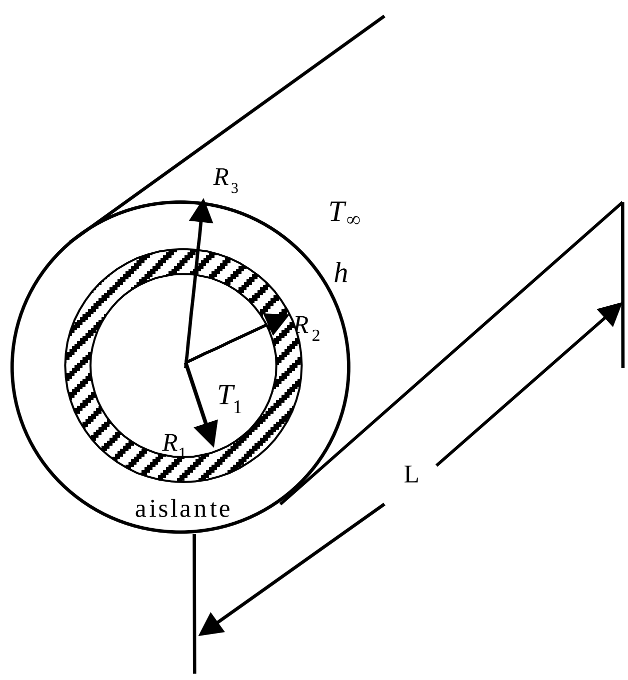


Figura 2.14 Aislamiento de una geometría cilíndrica .

La expresión del flujo de calor viene dada por:

$$q = \frac{T_0 - T_\infty}{\dfrac{1}{h_i 2\pi R_1 L} + \dfrac{\ln \dfrac{R_2}{R_1}}{2\pi L k_t} + \dfrac{\ln \dfrac{R_3}{R_2}}{2\pi L k_a} + \dfrac{1}{h 2\pi R_3 L}}$$

Si en la expresión anterior todas las variables se mantienen fijas a excepción de R_3 se tendría la siguiente gráfica del flujo de calor en función del radio del aislante, R_3.

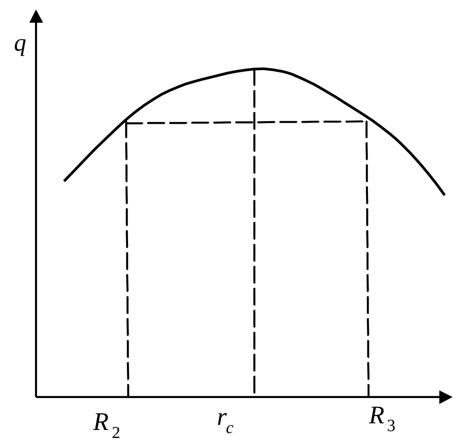


Figura 2.15 espesor critico de aislamiento

En la Figura 2.15 se observa que si la tubería se encuentra desnuda, caracterizada por el hecho que $R_3 = R_2$ se tiene un determinado flujo de calor, si a la tubería desnuda se le agrega un aislante se observa que el flujo de calor empieza a aumentar, contrario al objetivo buscado, este incremento del flujo de calor se sucede hasta que el flujo de calor alcanza un máximo, que se obtiene precisamente cuando el radio del aislante, R_3, coincide con el radio critico de aislamiento, r_c, y es precisamente a partir de valores superiores a r_c, que el flujo de calor comenzara a disminuir, tal como se desea.

Según lo antes señalado la determinación del radio critico de aislamiento es de vital importancia para realizar un adecuado aislamiento.

La determinación del radio critico de aislamiento se realiza reconociendo que la resistencia térmica debe alcanzar un mínimo, o sea que:

$$R_{term} = \frac{1}{h_i 2\pi R_1 L} + \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi L k_t} + \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{2\pi L k_a} + \frac{1}{h 2\pi R_3 L}$$

Si en la expresión anterior se mantiene todas las variables constantes a excepción de R_3, se obtendrá un mínimo para $R_3 = r_c$

En términos matemáticos se debe cumplir que:

$$\frac{dR_{term}}{dR_3} = 0$$

realizando la derivación antes señalada se tiene:

$\frac{dRterm}{dR_3}(R_3 = rc) = 0 = \frac{\frac{1}{R_3}}{2\pi kaL} - \frac{1}{2\pi h R_3^2 L}$, que simplificando se llega a:

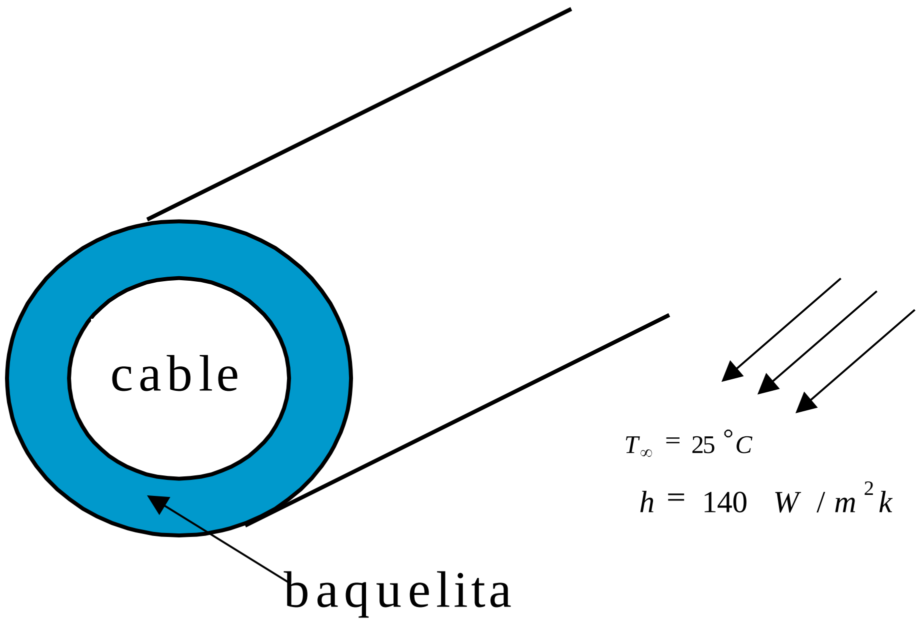
$$r_c = \frac{ka}{h}$$

Es decir el radio critico de aislamiento depende de la conductividad térmica del material aislante y del coeficiente de transferencia de calor, h,

Para realizar una selección adecuada del aislante se debe verificar siempre que el radio critico de aislamiento sea inferior al radio de la tubería desnuda.

Ejemplo 2.3 Un aislamiento de baquelita es utilizado en un cable de 10 mm. de diámetro. La temperatura superficial del cable es 200 $°C$, debido a una corriente eléctrica que se hace pasar por el cable. El cable esta en un fluido a 25 $°C$, y el coeficiente de convección es de 140 W/m^2K ¿ Cuál es el radio critico asociado con el revestimiento? ¿ Cuál es el flujo de calor para el cable sin revestimiento y con revestimiento de baquelita que corresponde al radio critico? ¿ Cuanta baquelita debe agregarse para reducir la transferencia de calor asociada con el cable sin revestimiento en 25%?

Solución
Di = 0.01 m



Datos

Conductividad térmica de la baquelita $k_b = 1,4 \ W/mk$

a.- Cálculo del radio critico de aislamiento:

$$r_c = \frac{k_b}{h} = \frac{1,4}{140} = 0,01 \ m$$

b.- Calculo del calor del cable desnudo:

$$q'_{desnudo} = h\pi D_i \ (T_i - T_\infty) = 770 \ \frac{W}{m}$$

Para el calculo del flujo de calor revestido con el radio de aislamiento critico, q_{max}

$$q_{max} = \frac{T_i - T_\infty}{\dfrac{1}{2\pi r_c h} + \dfrac{\ln \dfrac{r_c}{r_i}}{2\pi k_b}} = 909 \ \frac{W}{m}$$

c.- Cálculo del espesor para reducir el calor en un 25%, es decir a

$$q = 0.75 \cdot 770 \frac{W}{m} = 577 \frac{W}{m}$$

Se debe realizar un proceso de ensayo y error para determinar el radio de aislante, r.

$$q = \frac{T_i - T_\infty}{\dfrac{1}{2\pi rh} + \dfrac{\ln \frac{r}{r_i}}{2\pi k_b}} = 577 \frac{W}{m}$$

Resolviendo la ecuación anterior, se tiene:

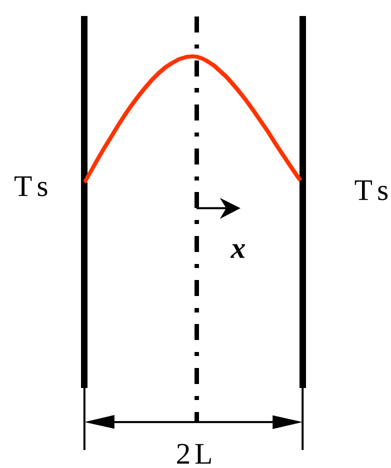
$$r \approx 0,06 \ m$$

por lo tanto el espesor deseado es de:

$$\delta = r - r_i = 0,055 \quad m$$

Conducción estacionaria 1-D con generación

Placa plana



$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q_g'''}{k} = 0$$

C.B. (1) $T = Ts \qquad x = L$

(2) $\frac{dT}{dx} = 0 \qquad x = 0$

Integrando y hallando las constantes se obtiene:

$$T = Ts + \frac{q_g^{'''} L^2}{2k}\left(1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)$$

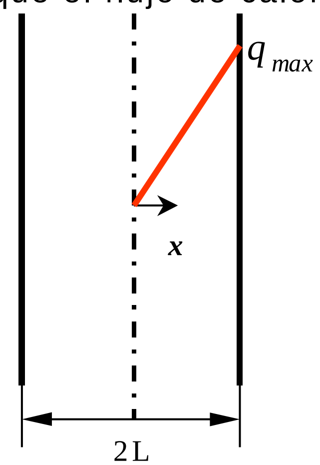
La temperatura máxima se alcanza en el centro de la placa y viene dada por:

$$T_{\text{máx}} = Ts + \frac{q_g^{'''} L^2}{2k}$$

Mientras que el flujo de calor, viene dado por:

$$q_x = -kA\frac{dT}{dx} = Aq_g^{'''} x$$

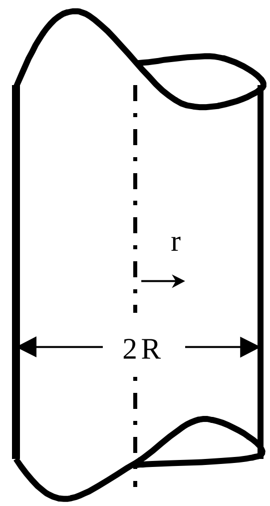
que pone de manifiesto que el flujo de calor sigue una ley lineal



el cual viene dado por

$$q_{\max} = A\, q_g^{'''}\, L = q_g^{'''} \frac{V}{2}$$

cilindro



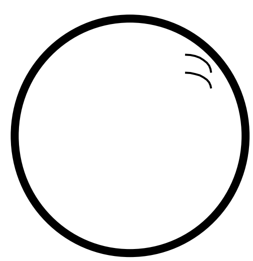
$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{q_g'''}{k}=0$$

C.B. (1) $T = Ts \qquad r = R$

(2) $\frac{dT}{dr} = 0 \qquad r = 0$

$$T = Ts + \frac{q_g''' R^2}{4k}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

esfera



$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)+\frac{q_g'''}{k}=0$$

C.B. (1) $T = Ts \qquad r = R$

(2) $\frac{dT}{dr} = 0 \qquad r = 0$

$$T = Ts + \frac{q_g''' R^2}{6k}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$